

Wachtang Erkomaischwili und Nuri Robitaschwili

Über neuere Forschungen der georgischen Logiker

Der Verlag „Mezniereba“ der Akademie der Wissenschaften der Georgischen SSR publizierte drei Sammelbände, die von der Abteilung Logik des Instituts für Philosophie der Akademie der Wissenschaften der Georgischen SSR in Zusammenarbeit mit dem Lehrstuhl für Logik der Staatlichen Universität Tbilissi und dem Laboratorium für mathematische Logik des Instituts für Kybernetik der Akademie der Wissenschaften der Georgischen SSR erarbeitet wurden:

- [1] „Logik, Semantik, Methodologie“ (1978),
- [2] „Logisch-semantische Untersuchungen“ (1981),
- [3] „Logisch-methodologische Untersuchungen“ (1983).

Diese Sammelbände enthalten Artikel von philosophischen Logikern und mathematischen Logikern zur modernen formalen Logik; in ihnen werden historische und systematische (darunter auch algebraische) Probleme der Logik behandelt.

Einen wichtigen Platz nehmen in den Sammelbänden Arbeiten historischen Charakters ein, in denen mit den Mitteln der modernen Logik bestimmte Probleme, logische Begriffe, Prinzipien und Konzeptionen einiger Denker der Vergangenheit untersucht werden. Ein solches Interesse an logisch-historischen Forschungen ist gerechtfertigt, weil häufig gerade durch sie neue fruchtbare Ideen geboren werden. Es sei hier nur an die Entstehungsgeschichte der Idee der mehrwertigen Logik bei Łukasiewicz erinnert.

S. Mikeladse, Redakteur und Kommentator der russischen Ausgabe des „Organon“ von Aristoteles^{1/}, führt in seinem Artikel „Aus den Kommentaren zum ‚Organon‘ des Aristoteles (1–5)“^{2/} eine interessante Analyse des neunten Kapitels des Traktats „De interpretatione“ bezüglich zukünftiger Ereignisse an und legt seine Konzeption vom Gegenstand der „Topik“ dar.

Mikeladse zufolge meint Aristoteles, daß man ein beliebiges zufälliges Ereignis des Typs „morgen wird eine Seeschlacht sein“ unter dem Aspekt seines Seins in der Möglichkeit und unter dem Aspekt seines Seins in der Wirklichkeit betrachten kann, d. h. zufällige Ereignisse kann man auf zweierlei Art auf ein bestimmtes Ereignissystem (Weltzustand) beziehen. Erste Art: Es wird vorausgesetzt, das Eintreten eines bestimmten Ereignisses sei unausweichlich. Wir versetzen uns gedanklich in den morgigen Tag (morgigen Weltzustand), betrachten ihn so, als ob er aktuell existieren würde und beziehen unser Ereignis auf ihn. Da der morgige Tag als aktuell existierend betrachtet wird, gilt das Gesetz vom ausgeschlossenen Dritten, und die Seeschlacht vollzieht sich, oder sie vollzieht sich nicht. Die zweite Art: Es wird vorausge-

setzt, daß der heutige Weltzustand vollständig die Gesamtheit aller Ereignisse vorbestimmt, die morgen existieren können, wobei aber nicht vorausgesetzt wird, welches von ihnen wirklich eintreten kann. Mit anderen Worten: Der heutige Weltzustand wird als Sein des morgigen Weltzustandes in der Möglichkeit betrachtet. Für zufällige Ereignisse bedeutet das, daß am heutigen Tag, als möglichem morgigen Tag sowohl das Ereignis „morgen wird eine Seeschlacht sein“ als auch das Ereignis „morgen wird keine Seeschlacht sein“ vorhanden ist. Und allgemein ist für ein beliebiges zufälliges Ereignis p bei einem solchen Bezug sowohl p als auch nicht- p wahr.

Die Meinungen von Historikern der Logik und der Philosophie zur „Topik“ des Aristoteles bestreitend, behauptet Mikeladse, der Untersuchungsgegenstand der „Topik“ sei die dialogische Erörterung, die in solchen Abhandlungen wie den Dialogen Platons dargelegt wird. Die Topik als Wissenschaft ist die Methodologie der Dialektik Platons, so wie die „Zweite Analytik“ die Methodologie der deduktiven Wissenschaften darstellt. Jede dialektische Erörterung besteht nach der Topik aus folgenden fünf Grundelementen: (1) Hauptproblem, (2) vier Organone, die die Definitionsmittel und Verfahren der Gegenüberstellung von Hauptproblem und der endlichen Menge der Unterprobleme enthalten, (3) Schlußregeln, (4) Strategie des Fragenden, (5) Strategie des Antwortenden.

In den Arbeiten von S. Mikeladse „Aus den Kommentaren zum ‚Organon‘ des Aristoteles (6.1–6.11)“^{3/} sowie von L. Mtschedlischwili „Einige Begriffe der traditionellen formalen Logik vom modernen Standpunkt aus betrachtet“^{4/} und „Modale Auslegungen der traditionellen Beziehungen zwischen Aussagen“^{5/} werden mit modernen methodologischen Mitteln der Begriff des logischen Quadrats und Widerspruchsbeziehungen analysiert. Mikeladse, der nach dem Text des „Organon“ eine allgemeine Definition des logischen Quadrats formiert, gibt eine Methode der Auflistung aller logischen Quadrate, die durch bestimmte Aussagen erzeugt werden: Es sei eine Aussage p einer bestimmten Sprache gegeben. Indem irgendeine Folge aus p (oder eine Prämisse, aus der p folgt) ausgewählt und deren Negation genommen wird, erhalten wir ein logisches Quadrat.

Mtschedlischwili führt eine vierstellige Boolesche Wahrheitsfunktion $\square(p, q, r, s)$ ein, die den Wert 1 nur für folgende Wertequadrupel annimmt: (1,0,1,0), (0,1,0,1) und (0,0,1,1). Mit Hilfe dieser Funktion wird eine Definition/Explikation gegeben: Die Aussagen A, B, C, D bilden genau dann ein logisches Quadrat, wenn $\square(A, B, C, D)$ eine logisch wahre Aussage ist. Mittels

der Konstanten $\square$ und 1 kann man beliebige klassische Wahrheitsfunktionen definieren. Zur Behandlung der traditionellen konträren, subkonträren und kontradiktorischen Beziehungen baut Mtschedlishwili Kalküle, die der modalen Aussagenlogik T von Feys äquipotent sind.

In den Artikeln von D. Tewsadse „Über die Lewisische Methode der semantischen Analyse von Namen“/6/ und „Über die Bedeutungsmodi von Lewis“/7/ wird eine formale Explikation der Lewisischen Charakterisierung des Terms (Namens) gegeben, und es werden Schwierigkeiten betrachtet, die bei der Realisation der Lewisischen Methode auftreten können.

Die Entwicklung der modalen Logik zeigte die Fruchtbarkeit der logischen Untersuchung der traditionellen philosophischen Begriffe der Notwendigkeit, Möglichkeit usw. Heute sind die Modalbegriffe auseinanderklassifiziert (alethische, epistemische, Zeit-, deontische und andere Modalitäten), und es wurde ein mächtiger Apparat für ihr Studium geschaffen. Die Sammelbände enthalten einige Arbeiten zur Modallogik.

N. Iwanidse gibt in seinem Artikel „Die Semantik der propositionalen deontischen Sprache“/8/ in der Terminologie der Mögliche-Welten-Semantik eine Nicht-Standard-Semantik für eine Sprache mit zweistelligen Operatoren der Verpflichtung und der Erlaubnis; außer dem Wahrheitsbereich für Sätze führt er noch einen Forderungsbereich in die Betrachtung ein und definiert folgendermaßen die Wahrheitsbedingungen deontischer Aussagen: In der Situation B ist A gesollt (erlaubt) genau dann, wenn das Wahrheitsgebiet von B nicht leer ist und es eine Untermenge des Forderungsgebietes von A ist. Es wird gezeigt, daß eine solche Semantik es erlaubt, bestimmte Paradoxien der deontischen Logik zu vermeiden. N. Iwanidse und L. Mtschedlishwili verstärken in dem Artikel „Deontische Logik mit starken dyadischen Operatoren“/9/ die beschriebene Semantik durch die Bedingung: Logische Wahrheiten (Tautologien) werden in jeder möglichen Welt gefordert. Sie entwickeln zwei axiomatische propositionale Systeme (den O-Kalkül und den P-Kalkül), beweisen deren Adäquatheit bezüglich der beschriebenen Semantik und definieren eine Entscheidungsprozedur.

In dem Artikel von W. Meskhi „Algebraische Analyse modaler Fragmente von Zeitlogiken“/10/ wird gezeigt, daß die Zeitlogik ein endliches Modell genau dann hat, wenn das modale Fragment dieser Logik ein adäquates endliches Modell hat. In der Arbeit von R. Grigolia „Freie zyklische Algebra in einer dem bimodalen System Lin T Grz entsprechenden Äquationsklasse“/11/ wird eine vollständige Beschreibung aller Formeln mit einer Variablen gegeben, die im gegebenen System nicht äquivalent sind.

D. Tewsadse erörtert in seinem Artikel „Analyse einer Schwierigkeit der modalen Quantorenlogik“/12/ die von Quine aufgezeigten Schwierigkeiten bei der existentiellen Verallgemeinerung in Modalkontexten und zeigt, daß das Resultat von Smullyan auf diesen Fall anwendbar ist. In der Arbeit von L. Mtschedlishwili „Minimale Zeitlogik mit modalisierten Zeitoperatoren“/13/ werden die Operatoren „es ist möglich, daß immer sein wird“ und „es ist notwendig, daß irgendwann sein wird“ im Rahmen der minimalen Struktur (X, R) untersucht, wobei X eine nichtleere Menge von Zeitmomenten ist und R eine beliebige Relation zwischen ihnen darstellt.

In einer solchen Struktur kann der Begriff des Zeitzweiges, mit dem semantische Wahrheitsbedingungen für Sätze der Art „möglichlicherweise wird immer sein, daß“ und „notwendigerweise wird sein, daß“ gegeben werden, auf unterschiedliche Weise definiert werden. Es werden Kalküle mit den genannten Operatoren als Grundoperatoren aufgebaut, die unterschiedlichen Definitionen des Zeitzweiges entsprechen. Sie alle sind, wenn sie die Standard-Zeitoperatoren G und F enthalten, konservative Erweiterungen des Zukunftsfragments der minimalen Zeitlogik K_1 von Lemmon. Für jeden dieser Kalküle wird eine Entscheidungsprozedur definiert (eine Modifikation der Kripke-Diagramme), und die semantische Vollständigkeit wird bewiesen.

Die Idee der deduktiven Verwerfung widerlegbarer Aussagen, durch Łukasiewicz in die Logik eingeführt, wurde bisher nicht weiterentwickelt. Viele Verwerfungssysteme im Sinne Łukasiewiczs dublieren einfach gut bekannte semantische Konstruktionen oder Entscheidungsprozeduren. Deshalb versuchen Logiker, die sich dieser Idee zuwenden, mögliche (ihrer Meinung nach) nichttriviale Anwendungen dieser Idee aufzuzeigen. Im Artikel von M. Beshanischwili „Direkter Beweis der Unentscheidbarkeit des Prädikatenkalküls erster Ordnung“/14/ werden Systeme zu verwerfender Formeln der Prädikatenlogik erster Ordnung für das Erreichen eines solchen Beweises des Theorems von Church über die Unentscheidbarkeit des engeren Prädikatenkalküls, in dem die Unentscheidbarkeit der elementaren Zahlentheorie oder einer beliebigen konkreten mathematischen Theorie nicht als bewiesen vorausgesetzt wird, eingeführt. In der Arbeit wird eine Methode für den Aufbau einer Formel beschrieben, die die wesentliche Unvervollständigbarkeit solcher Verwerfungssysteme zeigt. Die Gödel-Numerierung und das Diagonalverfahren werden auf Formeln der Prädikatenlogik erster Ordnung angewandt, und die Rolle der konkreten nichtentscheidbaren mathematischen Theorie wird von Verwerfungssystemen im Sinne Łukasiewiczs übernommen.

In modernen Versionen des Lügnerparadoxons geht es um Behauptungen, nach denen ein in bestimmter Weise beschriebener Satz falsch ist, wobei die Beschreibung so aufgebaut ist, daß sie sich auf die gegebene Behauptung selbst bezieht (Eigenbezug, Diagonale, ungeweglicher Punkt).

Es sei T eine beliebige Theorie, in der die Diagonalbetrachtungen Gödels reproduzierbar sind. Dann muß insbesondere folgendes gelten: (1) Die Sprache L der Theorie T ist zum Eigenbezug „fähig“, d. h. für beliebige Sätze p der Sprache L müssen Terme $\ulcorner p \urcorner$ aus L existieren, die p kodifizieren. (2) Die Behauptung der formalen Widerspruchsfreiheit der Theorie T ($\text{Con}(T)$) ist formalisierbar. (3) Das Prädikat der formalen Beweisbarkeit $\text{Pr}(x)$ ist definierbar. Dieses Prädikat muß den Bedingungen von Hilbert/Berneys genügen, die formal ausdrücken, daß $\text{Pr}(x)$ tatsächlich die Grundeigenschaften des Beweisbarkeitsprädikats hat. Unter diesen Voraussetzungen (die natürlich auch für die Peano-Arithmetik gegeben sind) sind bekanntlich die folgenden bedeutenden Theoreme beweisbar: Gödel-Theorem: Es ist falsch, daß $T \vdash \text{Con}(T)$;

Löb-Theorem: Für beliebige p gilt, wenn $T, \text{Pr}(\ulcorner p \urcorner) \vdash p$, so $T \vdash p$ und das Kreisel-Theorem: Für beliebige Universalsätze p gilt, wenn $T, \neg \text{Con}(T) \vdash p$, so $T \vdash p$.

Schlüsselpunkt im Beweis von Theoremen dieses

Typs ist die folgende Diagonaleigenschaft, die von Gödel genutzt wurde: Für beliebige Formeln $p(x)$ mit der freien Variablen x existiert ein Satz q der Art, daß $T \vdash q \Leftrightarrow p(\ulcorner q \urcorner)$. Kürzlich wurde geklärt, daß die Beweisbarkeit der Löb-Formel $\text{Pr}(\ulcorner \text{Pr}(\ulcorner q \urcorner) \Rightarrow q \urcorner) \Rightarrow \text{Pr}(\ulcorner q \urcorner)$ in T zusammen mit der Bedingung von Hilbert/Bernays gerade dasjenige ist, worauf die Möglichkeit der Diagonalbetrachtung beruht.

In den letzten Jahren erschienen einerseits modale Auslegungen der oben erwähnten Begriffe und Theoreme (eingeschlossen in die in der Modallogik herausgearbeitete Technik), und andererseits erschienen algebraische Interpretationen, die es erlauben, das Arsenal algebraischer Mittel zu nutzen.

Vor kurzem formulierte R. Solowej das System G und zeigte, daß dessen arithmetische Interpretation adäquat ist (Vervollständigkeitstheorem). Die Formeln des Systems G werden aus Variablen, klassischen Aussagenverbindungen und dem Modaloperator $\Box$ aufgebaut. Die Axiome und Schlußregeln des Systems G sind:

$\Box(p \rightarrow q) \rightarrow (\Box p \rightarrow \Box q)$, $\Box p \rightarrow \Box \Box p$, $\Box(\Box p \rightarrow p) \rightarrow p$, aus α und $\alpha \rightarrow \beta$ folgt β , aus α folgt $\Box \alpha$.

In der Arbeit von L. Esakia „Diagonalkonstruktionen, Löb-Formel und diskontinuierliche Cantor-Räume“/15/ wird gezeigt, daß das Modalsystem G eine adäquate Interpretation in den Termini des Cantorschen Diskontinuums zuläßt und daß das Modalsystem von Grzegorzczuk bezüglich topologischer Räume, die nach Hausdorff eingeführt werden, vollständig ist.

Im Artikel von M. Abaschidse „Über einige Eigenschaften der Magari-Algebren“/16/ wird in der Terminologie der topologischen Modelle Kripkes eine Kategorie aufgebaut, die der Kategorie der Magari-Algebren äquivalent ist. Es wird die Charakteristik der Magari-Algebren endlicher Höhe gefunden. Der Beschreibung einiger finit-approximierbarer Mannigfaltigkeiten der Magari-Algebren ist eine andere Arbeit von M. Abaschidse/17/ gewidmet, in der eine Verbindung zwischen dem Modalsystem von Grzegorzczuk und dem System G festgestellt wird. In der Arbeit von R. Grigolia „Freie Magari-Algebren mit einer endlichen Zahl von Abbildenden“/18/ wird eine Beschreibung dieser Algebren in den Termini der Kripke-Modelle gegeben.

Die Untersuchung der Kantschen Logik und Philosophie der Mathematik ist Gegenstand der Arbeit „Die Kantsche Lösungsmethode mathematischer Antinomien und der mathematische Intuitionismus“/19/ S. Mikeladse unterbreitet eine neue interessante Auslegung einer wichtigen Schicht der Transzendentaldialektik Kants — die Interpretation der Kantschen Lösung der sogenannten mathematischen Antinomien. Der Autor betrachtet drei Lösungsvarianten der Antinomien und stellt auf diesem Hintergrund eine bestimmte Logik und Philosophie der Mathematik dar, die jeweils mit der Logik und Philosophie der Mathematik des Intuitionismus übereinstimmen. Indem Mikeladse den Text der „Kritik der reinen Vernunft“ eingehend analysiert, reproduziert er das Kantsche Verständnis der Begriffe der verstärkten Negation, der Verständlichkeit und Glaubwürdigkeit, der Anwendbarkeit der Prinzipien der doppelten Negation und des ausgeschlossenen Dritten (Paare von kontradiktorischen Behauptungen befinden sich immer innerhalb der Anwendbarkeit dieser Prinzipien, während sich bestimmte Paare konträrer Behauptungen außerhalb dieser Grenzen befinden), der potentiellen Realisierbarkeit und potentiellen Unendlichkeit (der

die aktuelle Unendlichkeit gegenübergestellt wird), der regressiven folgerichtigen Synthese als frei entstehender Folgerichtigkeit und der möglichen Erfahrung als Medium freien Werdens. Die sorgfältige Analyse des Textes führt den Autor zu folgender Schlußfolgerung: Fast alle Ideen des Neointuitionismus Brouwers wurden explizit vom Verfasser der „Kritik der reinen Vernunft“ geäußert, wenn auch in der längst vergessenen „transzendentalen Sprache“.

Der Sammelband enthält außerdem Arbeiten, die mit dem intuitionistischen Aussagenkalkül verbunden sind.

M. Beshanischwili analysiert in seinem Artikel „Über die Wajsbergsche Definition des Begriffs der These n-ter Ordnung“/20/ die von Wajsberg in dessen bekannter Arbeit „Untersuchungen über den Aussagenkalkül von A. Heyting“ (Wiadości mat., 46 [1938], S. 45–101) formulierte Definition einer solchen These. Beshanischwili gibt Beispiele, die die Nichtkorrektheit dieser Definition zeigen und die Wajsbergschen Beweise einiger Theoreme, die auf dieser Definition beruhen, widerlegen. Es wird insbesondere das Theorem widerlegt, das die Menge der Thesen mit der Menge der beweisbaren Formeln des Systems V identifiziert, wobei V nur die intuitionistischen Axiome für die Verbindungen $\supset, \vee$ und $\neg$ enthält. Beispielsweise sind die in V beweisbaren Formeln $((p \supset q \vee q) \supset (p \supset q))$ und $((p \supset q \vee r) \supset (p \supset ((q \supset s) \supset ((r \supset s) \supset s))))$ entsprechend der Definition Wajsbergs keine Theoreme. Diese Beispiele widerlegen auch Wajsbergs Beweis des Entscheidbarkeitstheorems, das von ihm beim Beweis des Unabhängigkeitstheorems benutzt wird. In der Arbeit von Beshanischwili werden einige Korrekturvarianten der Definition der Theoreme vorgeschlagen.

In der Literatur wurde bereits vermerkt, daß diese Arbeit Wajsbergs schwer behebbare Fehler enthält. Diese Fehler wurden aber nicht genau beschrieben und nicht vollständig beseitigt. Es wurden allerdings andere Beweise der erstmals von Wajsberg in seiner Arbeit aufgestellten Theoreme vorgeschlagen. Insbesondere wurden unterschiedliche Beweise des Separationstheorems und des Theorems der Unabhängigkeit der logischen Verknüpfungen vorgeschlagen. Die Arbeiten von Curry und McKinsey, die jeweils neue Beweise der genannten Theoreme enthalten, waren bereits im Druck, als die Arbeit Wajsbergs erschien.

Wie bekannt, wurden in der logischen Literatur „symmetrische“ Formulierungen des intuitionistischen Aussagenkalküls präbendiert, in denen zu jeder der Verbindungen $\&, \vee, \rightarrow, \neg$ eine duale Verbindung $\vee, \&, \leftarrow, \neg$ existiert und in denen das Dualitätsprinzip wiederhergestellt ist. Einen solchen Kalkül nennt man symmetrischen intuitionistischen Kalkül. Obwohl man nach Erweiterung des Vorrats an logischen Verbindungen des intuitionistischen Kalküls sowohl über $\&$ (Konjunktion), $\rightarrow$ (Implikation), $\neg$ (Negation) als auch über deren Duale, d. h. $\vee$ (Disjunktion), $\leftarrow$ (Koimplikation) und $\neg$ (Konnegation) verfügt, gelten die de Morganschen Beziehungen nicht zwischen ihnen. Folglich werden wir, wenn wir nicht auf halbem Wege stehenbleiben wollen, noch die zusätzliche einstellige Verbindung $\sim$ (Involution) und zusätzliche Axiomenschemata einführen, in denen die de Morganschen Beziehungen für die Verknüpfungspare ($\&, \vee$), ($\rightarrow, \leftarrow$), ($\neg, \neg$) postuliert werden. Auf diese Weise gebildete Kalküle werden wir streng-symmetrische intuitionistische Kalküle nennen.

Die bekannte Prozedur der Einbettung des intuitioni-

stischen Aussagenkalküls in das klassische Modalsystem S4 von Lewis wird von L. Esakia in seiner Arbeit „Semantische Analyse bimodaler (zeit-)logischer Systeme“/21/ auf den symmetrischen intuitionistischen Kalkül erweitert. Der symmetrische intuitionistische Kalkül wird dabei gerade in das von Segerberg eingeführte bimodale (zeit-)logische System K^2C4T eingebettet. Die Formeln dieses Systems werden auf gewöhnliche Weise aus den Variablen und den Verknüpfungen $\&, \vee, \supset, \neg, H$ (es war immer), G (es wird immer sein) aufgebaut. Für beliebige Formeln α des symmetrischen Kalküls wird folgendermaßen deren Übersetzung $tr(\alpha)$ in das bimodale System K^2C4T definiert:

- (1) Wenn α eine Variable ist, so ist $tr(\alpha) = G\alpha$;
- (2) $tr(\alpha \vee \beta) = tr(\alpha) \vee tr(\beta)$;
- (3) $tr(\alpha \& \beta) = tr(\alpha) \& tr(\beta)$;
- (4) $tr(\alpha \supset \beta) = G(tr(\alpha) \supset tr(\beta))$;
- (5) $tr(\alpha \leftarrow \beta) = P(tr(\alpha) \& \neg tr(\beta))$;
- (6) $tr(\neg \alpha) = G(\neg tr(\alpha))$;
- (7) $tr(\neg \alpha) = P(\neg tr(\alpha))$.

Die Verbindungen F (es wird sein) und P (es war) werden in der üblichen Weise eingeführt:

$F\alpha = \neg G\neg \alpha$ und $Pa = \neg H\neg \alpha$.

Wie leicht zu ersehen ist, wird die intuitionistische Negation $\neg \alpha$ der Formel α als „prognostische“ Negation verstanden, d. h. die Formel $\neg \alpha$ ist in einem Zeitpunkt t genau dann wahr, wenn in jedem zukünftigen Zeitpunkt t' ($T \leq t'$) falsch ist; die „präzedente“ Negation $\neg \alpha$ der Formel α ist genau dann wahr im Moment t , wenn in beliebigen vergangenen t' ($t' \leq t$) das Präzedens falsch ist.

In der genannten Arbeit formuliert Esakia ein bimodales System besonderer Art, in das der streng-symmetrische intuitionistische Kalkül eingebettet wird. Algebraische Modelle des symmetrischen (entsprechend: streng-symmetrischen) intuitionistischen Kalküls sind Skolem-Algebren (entsprechend: Skolem-Involutionsalgebren), und algebraische Modelle des bimodalen Systems K^2C4T sind Boolesche Algebren mit konjugierten Abschlüssen. In der Arbeit von Esakia werden die genannten Klassen von Algebren untersucht.

Der Behandlung von Algebren mit konjugierten Abschlüssen und von Skolem-Algebren ist auch der Artikel „Projektive Algebren mit konjugierten Abschlüssen; Projektive Skolem-Algebren“/21/ von R. Grigolia gewidmet. In ihm werden endliche projektive Skolem-Algebren und Algebren mit konjugierten Abschlüssen beschrieben. Es werden aber auch freie Skolem-Algebren und freie Algebren mit konjugierten Abschlüssen dargestellt.

In der Arbeit „Mannigfaltigkeit der Heyting-Algebren mit regulärer Involution“/22/ von W. Meskhi werden algebraische Modelle des streng-symmetrischen intuitionistischen Kalküls betrachtet. Diese Modelle sind Heyting-Algebren mit Involution, in denen die Involu-

tion auf regulären Elementen mit dem Pseudokomplement zusammenfällt. Es wird die innere Charakteristik indekomposibler Algebren gegeben. Es wird gezeigt, daß die Mannigfaltigkeit dieser Algebren Filter ist.

Die operative Logik Lorenzens entstand als Resultat einer der alternativen Herangehensweisen an einen Aufbau der Logik, der Konstruktivitätsforderungen genügt. In dem Artikel von M. Beshanischvili „Über das operationale Verständnis logischer Verknüpfungen“/23/ wird die Lorenzensche Deutung von Aussagenverknüpfungen mit Hilfe des Begriffs der Zulässigkeit von Regeln in protologischen Kalkülen betrachtet. Besondere Aufmerksamkeit wird dabei den Fragen der Verbreitung protologischer Kalküle und dem Negationsverständnis gewidmet. In der Arbeit wird das zusätzliche protologische Prinzip der Verwerfbarkeit formuliert, auf dem ein alternatives Herangehen an die operationale Deutung der Negation begründet wird. In Abhängigkeit von der Annahme bestimmter protologischer Prinzipien wird eine Modifikation protologischer Kalküle gegeben. Die allgemeine Zulässigkeit von Regeln der Protologik wird in der Arbeit als eine weitere der möglichen Varianten der Analyse und Präzisierung des nichtexplizierten Begriffes der immer lösbaren Aufgaben im Sinne Kolmogorovs eingeführt. Ungeachtet dessen, daß der intuitionistische Aussagenkalkül sich bekanntlich bezüglich keiner der bereits vorgeschlagenen Präzisierungen dieses Begriffes als vollständig erwiesen hat, darf man die Suche nach neuen Präzisierungen dieses Begriffes offensichtlich nicht für fruchtlos halten, da diese Präzisierungen nicht äquivalent sind. Heute bleiben noch viele Fragen ungelöst, die mit der operationalen Logik Lorenzens verknüpft sind. Auf dieser Logik basiert das in der Arbeit dargestellte Kriterium der Annehmbarkeit propositionaler Formeln. Noch nicht bewiesen ist insbesondere, ob diese Logik bezüglich der Eigenschaft der allgemeinen Zulässigkeit von Regeln der Protologik vollständig ist.

In seinen neueren Arbeiten gibt Lorenzen der dialogischen Deutung der Logik den Vorzug. Im Artikel von G. Asanidse „Über die dialogische Begründung der Logik“/24/ wird ein Überblick über die Forschungen von Lorenzen und Lorenz zum Aufbau einer nicht mengentheoretischen Semantik gegeben, die auf der Strategie der Dialogführung basiert.

Obwohl die Artikel der rezensierten Sammelbände nicht durch eine einheitliche Thematik verbunden sind, erweckt bereits das relativ oberflächliche Bekanntwerden mit ihnen einen positiven Eindruck und überzeugt uns davon, daß sie unzweifelhaft für Spezialisten und an der Logik Interessierte anderer Disziplinen von Interesse sind. Nicht zuletzt zeigen diese Sammelbände die Fruchtbarkeit der Zusammenarbeit von philosophischen Logikern und mathematischen Logikern.

Anmerkungen

- [1] Logika, semantika, metodologija, Tbilisi 1978.
- [2] Logiko-semantičeskije issledovanija, Tbilisi 1981.
- [3] Logiko-metodologičeskije issledovanija, Tbilisi 1983.
- /1/ Aristotel', soč., Bd. 2, Moskva 1978.
- /2/ Mikeladze, Z. N.: Iz kommentarijev k „Organonu“ Aristotelja. (1–5), [1], S. 5–22.
- /3/ Mikeladze, Z. N.: Iz kommentarijev k „Organonu“ Aristotelja. (6.1–6.11), [2], S. 25–35.

- /4/ Mčedišvili, L. N.: Nekotorye ponjatija tradicionnoj formal'noj logiki s sovremennoj točki zrenija. [1], S. 23–39.
- /5/ Mčedišvili, L. N.: Modal'noe istolkovanie tradicionnyh otnošenij meždu vyskazyvanijami. [2], S. 5–15.
- /6/ Tevzadze, D. D.: O l'juisovskom metode semantičeskogo analiza imen. [1], S. 40–55.
- /7/ Tevzadze, D. D.: O modusach značenija L'juisa. [3], S. 99 bis 120.

- /8/ Ivanidze, N. M.: Semantika propozicional'nogo deontičeskogo jazyka. [1], S. 56–71.
- /9/ Ivanidze, N. M., Mčedlisvili, L. I.: Deontičeskaja logika s sil'nymi duadičeskimi operatorami. [3], S. 64–99.
- /10/ Meschi, V. Ju.: Algebraičeskij analiz modal'nych fragmentov vremenych logik. [1], S. 113–124.
- /11/ Grigolija, R. Š.: Svobodnaja cikličeskaja algebr v ekvacional'nom klasse, sootvetstvjuščem bimodal'noj sisteme Lin T Grz. [1], S. 100–113.
- /12/ Tevzadze, D. D.: Analiz trudnosti modal'noj kvantifikacionnoj logiki. [2], S. 16–24.
- /13/ Mčedlisvili, L. N.: Minimal'naja vremennaja logika s modalizirovannymi vremennymi operatorami. [2], S. 71 bis 89.
- /14/ Bežanišvili, M. N.: Prjamoe dokazatel'stvo nerazrešimosti isčislenija predikatov pervogo porjadka. [1], S. 71–86.
- /15/ Ėsakia, L. L.: Diagonal'nye konstrukcii, formula Leba i razrežennye prostranstva Kantora. [2], S. 128–143.
- /16/ Abašidze, M. A.: O mnogoobrazii algebr Magari. [3], S. 121–134.
- /17/ Abašidze, M. A.: O nekotorych svojstvach algebr Magari. [2], S. 111–127.
- /18/ Grigolija, R. Š.: Svobodnye algebry Magari s konečnym čislom obrazujuščich. [3], S. 135–148.
- /19/ Mikeladze, Z. N.: Kantovskij metod rešenija matematičeskich antinomij i matematičeskij intuicionizm. [3], S. 5 bis 32.
- /20/ Bežanišvili, M. N.: O vajsbergovom opredelenii ponjatija tezisa p-ogo porjadka. [2], S. 54–70.
- /21/ Ėsakia, L. L.: Semantičeskij analiz bimodal'nych (vremennych) logičeskich sistem. [1], S. 87–99.
- /22/ Grigolija, R. Š.: Proektivnye algebry s soprijažennymi zamkanijami. Proektivnye algebry Skolema. [2], S. 103 bis 110.
- /23/ Meschi, V. Ju.: Mnogoobrazie algebr Chejtinga s reguljarnoj involuciej. [2], S. 90–102.
- /24/ Bežanišvili, M. N.: Ob operacionnom ponimanii logičeskich svjazok. [3], S. 33–63.
- /25/ Asanidze, G. Z.: O dialogičeskom obosnovanii logiki. [2], S. 36–53.

Kacha Kazitadse

Die Rolle der Arbeiten von I. Kant und J. B. Schad bei der Herausbildung der Weltanschauung von S. Dodaschwili

Als georgischer Philosoph und als Persönlichkeit des gesellschaftlichen Lebens hinterließ Solomon Dodaschwili (1805–1836) eine unauslöschliche Spur im geistigen Leben Georgiens der ersten Hälfte des 19. Jahrhunderts. Er war eine vielseitig gebildete Persönlichkeit. Unter den georgischen Persönlichkeiten der Neuzeit war er der erste, der in Rußland (Petersburg) Hochschulbildung erlangte. S. Dodaschwili stand am Beginn zahlreicher Zweige der georgischen Gesellschaftswissenschaften (Philosophie, Journalistik, Literaturkritik u. a.). Hervorzuheben ist, daß zu seinen Schülern der bedeutendste Vertreter der georgischen Romantik, Nikolos Baratschwili, zählte.

Auf die Herausbildung von S. Dodaschwilis Weltanschauung übte der klassische deutsche Idealismus großen Einfluß aus. Damit ist auch die Tatsache zu erklären, daß die Mehrzahl der Wissenschaftler des 19. Jahrhunderts S. Dodaschwili für einen Kantianer hielt, obwohl es nicht Gegenstand einer speziellen Untersuchung war zu ergründen, welche Arbeiten Kants S. Dodaschwili kannte und welche ihn beeinflusste. Es war nicht einmal genau ermittelt, ob S. Dodaschwili die deutsche Sprache beherrschte.

Bislang steht nur fest, daß S. Dodaschwili die lateinisch abgefaßte Arbeit „Logicam puram et applicatam complectens“ des in Charkow wirkenden Jenaer Philosophen J. B. Schad, eines Vertreters des klassischen deutschen Idealismus, zweifelsfrei kannte. Dies ergab die vergleichende Analyse der Arbeiten von S. Dodaschwili und J. B. Schad, die seinerzeit von Schalwa Nuzubidse vorgenommen worden war.^{/1/}

Ziel des vorliegenden Beitrags ist es, folgende Thesen

zu belegen: 1. Außer der genannten Arbeit von J. B. Schad stand S. Dodaschwili I. Kants Arbeit „Logik, Ein Handbuch zu Vorlesungen“ zur Verfügung, deren Original er nutzte (denn die erste russische Übersetzung dieser Kantschen Arbeit erschien erst 1915); 2. Trotz des unbestreitbaren Einflusses, den I. Kant auf S. Dodaschwili ausübte, ist er nicht als orthodoxer Anhänger Kants zu betrachten; 3. Für S. Dodaschwili ist eine unabhängige Position und ein kritisches Herangehen an jede Autorität kennzeichnend, in diesem Falle an I. Kant und J. B. Schad.

Beginnen wir mit Dodaschwilis Auffassung vom Verstand und vergleichen wir sie mit Kants Ansicht.

Die von S. Dodaschwili formulierte Definition des Verstands ist der von I. Kant vorgetragenen Bestimmung fast analog.

I. Kant

„... so ist der Verstand das Vermögen zu denken, d. h. die Vorstellungen der Sinne unter Regeln zu bringen.“^{/2/}

S. Dodaschwili

„... Verstand ist nichts anderes als die Fähigkeit, alles auf besondere Regeln und Gesetze zu bringen...“^{/3/}

Beide Denker erkennen eine gewisse Autonomie des Verstandes an und sehen davon herrührende Probleme:

I. Kant

„Es fragt sich also, da der Verstand die Quelle der Regeln ist, nach welchen Regeln er selber verfähre?“

Denn es leidet gar keinen Zweifel: wir können nicht denken oder unsern Verstand nicht anders gebrauchen als nach gewissen Regeln.“^{/4/}

S. Dodaschwili

„Aber es ist zu fragen: Wie und nach welchen Regeln kann sich der Verstand selbst erkennen, wenn er selbst die Quelle jegli-